

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

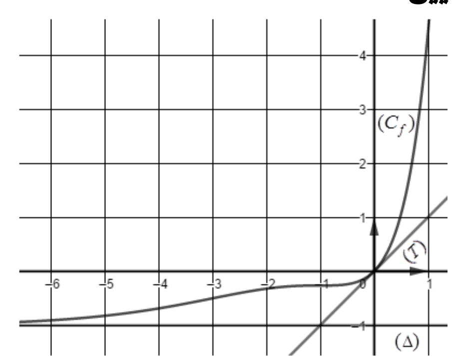
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2022
الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)



f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني (C_f) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$، (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 كما هو مبيّن في الشكل المقابل.

1) بقراءة بيانية: عيّن $f'(0)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وأعط معادلة للمماس (T)

2) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

3) بيّن أنّ $a=1$ و $b=-1$ إذا علمت أن $f\left(x\right)=(x^2+a)e^x+b$

4) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x^2+1)e^{|x|}-1$ و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.
بيّن أنّ الدالة g زوجية ثم اشرح كيفية إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) وأنشئ (C_g)

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كلّ حالة من الحالات التالية :

1) f الدالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f\left(x\right)=\dfrac{x^2-x+\ln x}{x}$
$y=x-1$ هي معادلة للمستقيم المقارب المائل لمنحني الدالة f عند $+\infty$

2) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول الحقيقي x : $\ln(2x-1)+\ln(2x+1)=\ln 3 \ \cdots\ (E)$
للمعادلة (E) حلان متمايزان في $\mathbb{R}$

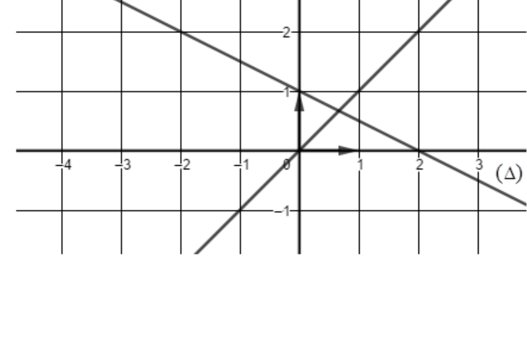
3) f و F الدالتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $f\left(x\right)=\dfrac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}$ و $F(x)=x+\ln(1+e^{-2x})$
F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

4) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $u_n=\dfrac{n+1}{n}$
قيمة المجموع : $\ln u_1+\ln u_2+\cdots+\ln u_{2022}$ هي $\ln 2022$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$، (D) و (Δ) المستقيمان المعرفان كما يلي :
$(D):\ y=x$ و $(\Delta):\ y=-\dfrac{1}{2}x+1$.

المتتالية العددية (u_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=-4$ و $u_{n+1}=-\frac{1}{2}u_n+1$



1) أُنقل الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثّل على حامل محور الفواصل الحدود: u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 مبرزا خطوط التمثيل.

2) أ- هل المتتالية (u_n) رتيبة ؟ برّر إجابتك .

ب- ضع تخمينا حول تقارب المتتالية (u_n)

3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\left(u_n-\frac{2}{3}\right)^2$

أ- بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ ثم احسب v_0

ب- عبّر عن v_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ واستنتج أنّ (u_n) متقاربة.

4) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $v_0\times v_1\times\cdots\times v_{n-1}=\left(\frac{14}{3}\right)^{2n}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n^2-n}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدّالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\frac{2x^2-2x-1}{x^2}+\ln x$

1) بيّن أنّ الدّالة g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

2) أ- بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1{,}2<\alpha<1{,}3$

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\left(\frac{1}{x}-2-\ln x\right)e^{-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ- بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ثم احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$

ب- فسّر النتيجتين السابقتين بيانيا.

2) أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x موجب تماما ، $f'(x)=\frac{g(x)}{e^x}$

ب- استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f وشكّل جدول تغيّراتها.

3) أنشئ المنحنى (C_f) . (نأخذ : $f(0{,}65)\simeq 0$ و $f(\alpha)\simeq -0{,}4$)

4) F الدّالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $F(x)=e^{-x}(2+\ln x)$

أ- تحقّق أنّ الدالة F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$

ب- نضع $S(\lambda)=\int_{\lambda}^{1/2} f(x)\,dx$ حيث λ عدد حقيقي يحقق: $0<\lambda<\frac{1}{2}$

احسب $S(\lambda)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=ax-2\ln(x+1)$ حيث a عدد حقيقي. (C_f) تمثيلها


البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$


(T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

كما هو مبيّن في الشكل المقابل .

1) بقراءة بيانية، عيّن $f'(0)$ وأعط معادلة للمماس (T)

2) بيّن أنّ $a=1$

3) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)+x-m=0$

4) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $g(x)=|x+1|-1-2\ln|x+1|$ و (C_g) تمثيلها البياني.

أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x يختلف عن -1 ، $g(-2-x)=g(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ب- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$ ، $g(x)=f(x)$

جـ- أنشئ (C_g) في المعلم السابق.

التّمرين الثاني:(04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصّحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثّلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التّبرير:

1) قيمة العدد الحقيقي I حيث $I=\int_1^2 (x-1)e^{x^2-2x}dx$ هي:

أ) $1-\frac{1}{e}$ ب) $\frac{e-1}{2e}$ **جـ)** $\frac{e+1}{2e}$

2) (u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرفتّان على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=3$ ، $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+3$ ، $v_n=u_n+\alpha$

حيث α عدد حقيقي. قيمة العدد الحقيقي α حتّى تكون المتتالية (v_n) هندسية هي:

أ) $-\frac{9}{2}$ ب) $\frac{9}{2}$ **جـ)** $\frac{2}{9}$

3) f دالة عددية تُحقق، من أجل كلّ عدد حقيقي x موجب تماما: $\ln(x+1)\leq f(x)\leq e^x-1$

$\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0}\frac{f(x)}{x}$ هي:

أ) $+\infty$ ب) -1 **جـ)** 1

4) نعتبر المعادلة التفاضلية (E) : $y''=2-\frac{1}{x^2}.......(E)$

عبارة الحل H للمعادلة (E) على $]0;+\infty[$ والذي يُحقق $H(1)=4$ و $H'(1)=2$ هي :

أ) $H(x)=x^2-x+4+\ln x$ ب) $H(x)=x^2-x+1+\ln x$ **جـ)** $H(x)=x^2-x+4-\ln x$

التمرين الثالث:(05 نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسيّة المعرّفة على $\mathbb{N}$ وحدودها موجبة تماما حيث: $\begin{cases} u_0 \times u_2 = e^2 \\ \ln u_1 + \ln u_7 = -4 \end{cases}$

1) أ- عيّن u_1 والأساس q للمتتالية (u_n)

ب- تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n = e^{2-n}$

2) احسب، بدلالة n، المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

3) نعتبر المتتالية العدديّة (v_n) المعرّفة بـ: $v_0 = e^3$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_{n+1} = v_n + u_n$

أ- برهن بالتّراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_n = \dfrac{e^{3-n} - e^4}{1-e}$

ب- بين أن (v_n) متقاربة.

4) أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $\dfrac{1}{e} v_n = \dfrac{1}{1-e}\left(u_n - e^3\right)$

ب- نعتبر المجموع S'_n حيث: $S'_n = \dfrac{1}{e} v_0 + \dfrac{1}{e} v_1 + \dots + \dfrac{1}{e} v_n$

تَحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $S'_n = \dfrac{1}{1-e}\left[S_n - (n+1)e^3\right]$

التّمرين الرّابع:(07 نقاط)

f الدّالة العدديّة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \dfrac{1}{2}e^{-2x} - \dfrac{9}{2}e^{-x} - 2x + 4$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ وبيّن أنّ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

2) أ- أثبت أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x، $f'(x) = -\dfrac{1}{2}e^{-2x}\left(e^x - 2\right)\left(4e^x - 1\right)$

ب- بيّن أنّ f متناقصة تماما على كلّ من المجالين $]-\infty ; -\ln 4]$ و $[\ln 2 ; +\infty[$

ومتزايدة تماما على $[-\ln 4 ; \ln 2]$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ- بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -2x + 4$ مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب- أُدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

4) أُكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

5) أنشئ (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1,9 ; +\infty[$ (نأخذ $f(-1,9) \simeq 0$ و $f(-\ln 4) \simeq -3,2$)

6) h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = -\dfrac{1}{2}e^{-2x} + \dfrac{9}{2}e^{-x} + 2x - 2$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ- عيّن العددين الحقيقيين a و b حيث، من أجل كلّ عدد حقيقي x، $h(x) = a\,f(x) + b$

ب- اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) اعتمادًا على (C_f) (لا يطلب إنشاء (C_h))

انتهى الموضوع الثاني

	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
	التمرين الأول:(04 نقاط)		
1)	$f'(0)=1$	0.25	01
	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$	0.25	
	$(T): y=x$	0.5	
2)	$m<0$ المعادلة لا تقبل حلا $m>0$ المعادلة تقبل حلين متمايزين $m=0$ المعادلة تقبل حلا معدوما	0.25×3	0.75
3)	تبيان أنّ $a=1 \quad b=-1$ $f'(x)=(x^2+2x+a)e^x$ $\begin{cases} f'(0)=1 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=b \end{cases}$ معناه $\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$	0.5+0.5	01
4)	الدالة g زوجية $g(x)=f(x) \qquad x\in[0;+\infty[$ (C_g)ينطبق على (C_f) في المجال $[0;+\infty[$ و (C_g) متناظر بالنسبة لحامل محور الفواصل	0.50 0.25 0.5	1.25
	التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1)	صحيحة لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-(x-1))=0$	0.50 0.50	01
2)	خاطئة لأن (E): معناه $\begin{cases} x^2=1 \\ x>1/2 \end{cases}$ أي $x=1$	0.50 0.50	01
3)	صحيحة لأن : من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $F'(x)=f(x)$	0.50 0.50	01
4)	خاطئة لأن $\ln u_1+\ln u_2+\dots+\ln u_{2022}=\ln\frac{2\times3\times\ldots\times2023}{1\times2\times\ldots\times2022}=\ln 2023$	0.50 0.50	01

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1)	تمثيل الحدود: u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3	0.25×4	01
2)	أ – (u_n) ليست رتيبة التبرير: $u_0 < u_1$ و $u_1 > u_2$	0.25 0.50	01
	ب– التخمين : (u_n)متقاربة	0.25	
3)	أ– $v_{n+1} = \frac{1}{4} v_n$ $v_0 = \frac{196}{9}$	01 0.50	2.75
	ب– $v_n = \frac{196}{9}\left(\frac{1}{4}\right)^n$ $\lim_{n\to+\infty} v_n = 0$ $\lim_{n\to+\infty} u_n = \frac{2}{3}$	0.50 0.50 0.25	
4)	تبيان أنّ: $v_0 \times v_1 \times \cdots \times v_{n-1} = \left(\frac{196}{9}\right)^n \left(\frac{1}{4}\right)^{0+1+2+...+n-1} = \left(\frac{14}{3}\right)^{2n} \left(\frac{1}{2}\right)^{n^2-n}$ تمنح العلامة 0.25 لكل محاولة	0.25	0.25

<table>
<tr><th colspan="4">التمرين الرابع: (07 نقاط)</th></tr>
<tr><td colspan="4">(I</td></tr>
<tr><td>1)</td><td>$g'(x)=\frac{x^2+2x+2}{x^3}$
$g'(x)>0$
ومنه g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$</td><td>0.50
0.50
0.25</td><td>1.25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2)</td><td>أ-حسب مبرهنة القيم المتوسطة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α
حيث $1,2<\alpha<1,3$</td><td>0.75</td><td rowspan="2">1.25</td></tr>
<tr><td>ب-اشارة $g(x)$:

x	0 α $+\infty$
$g(x)$	$-$ 0 $+$

</td><td>0.50</td></tr>
<tr><td colspan="4">(II</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1)</td><td>أ- تبيان أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{1}{xe^x}-\frac{2}{e^x}-\frac{\ln x}{x}\times\frac{x}{e^x}\right]=0$
$\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)=+\infty$</td><td>0.25
0.25</td><td rowspan="2">01</td></tr>
<tr><td>ب-التفسير البياني
$x=0\ ;\ y=0$ معادلتي المستقيمين المقاربين للمنحني (C_f)</td><td>0.25×2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2)</td><td>أ- $f'(x)=\frac{g(x)}{e^x}$</td><td>0.75</td><td rowspan="2">1.75</td></tr>
<tr><td>ب-اتجاه تغيّر الدّالة f
f متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]0;\alpha]$
جدول تغيّراتها.

x	0 α $+\infty$
$f'(x)$	$-$ 0 $+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘ $f(\alpha)$ ↗ 0

</td><td>0.25×2

0.5</td></tr>
<tr><td>3)</td><td>إنشاء المنحنى (C_f)
(C_f)
1 0 1 2 3 4
1 2 3</td><td>0.5</td><td>0.50</td></tr>
<tr><td>4)</td><td>أ-التحقق :من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ ، $F'(x)=f(x)$</td><td>0.5</td><td>1.25</td></tr>
</table>

	ب. $S(\lambda)=\left[F(x)\right]_{\lambda}^{0.5}=\frac{2-\ln 2}{\sqrt{e}}-\frac{2+\ln\lambda}{e^{\lambda}}$ التفسير: $S(\lambda)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بـ (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيين ذي المعادلتين $x=\lambda$ ، $x=\frac{1}{2}$	0.5 0.25	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)

التمرين الأول:(04 نقاط)

1)	$f'(0)=-1$ $(T): y=-x$	0.50 0.75	01.25
2)	تبيان أنّ $a=1$: $\begin{cases} f'(x)=a-\frac{2}{x+1} \\ f'(0)=-1 \end{cases}$ و منه $a=1$	0.50	0.50
3)	المناقشة البيانية: $m<0$ المعادلة لا تقبل حلا $m=0$ للمعادلة حلا معدوما $m>0$ للمعادلة حلين مختلفين في الإشارة	0.25×3	0.75
4)	أ- تبيان أنّ: من أجل كل $x\in D_g$ ، $(-2-x)\in D_g$ $g(-2-x)=g(x)$ التفسيّر البياني: $x=-1$ معادلة محور تناظر لـ (C_g)	0.50 0.25	1.50
	ب- تبيان أنّ: $g(x)=f(x)$ على $\left]-1;+\infty\right[$	0.25	
	جـ- انشاء (C_g)	0.50	

التّمرين الثاني:(04 نقاط)

1)	الاقتراح الصحيح هو ب) لأن $I=\int_{1}^{2}(x-1)e^{x^2-2x}dx=\left[\frac{1}{2}e^{x^2-2x}\right]_{1}^{2}$	0.50 0.50	01
2)	الاقتراح الصحيح هو أ) لأن: $v_{n+1}=u_{n+1}+\alpha=\frac{1}{3}v_n+\frac{2}{3}\alpha+3$	0.50 0.50	01

3)	الاقتراح الصحيح هو جـ) لأن: $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = \lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{(e^x-1)}{x} = 1$	0.50 0.50	01
4)	الاقتراح الصحيح هو أ) لأن: $H'(x) = 2x + \frac{1}{x} + c$ و $H(x) = x^2 + \ln x + cx + d$ $\begin{cases} H'(1) = 2 \\ H(1) = 4 \end{cases}$ ومنه $H(x) = x^2 - x + 4 + \ln x$	0.50 0.50	01
	التمرين الثالث:(05 نقاط)		
1)	أ- $u_1 = e$ $q = \frac{1}{e}$	0.50 0.50	01.50
	ب- التحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n = e^{2-n}$	0.50	
2)	$S_n = u_0 \frac{q^{n+1}-1}{q-1}$ $S_n = \frac{e^3}{e-1}\left(1 - \frac{1}{e^{n+1}}\right)$	0.50 0.50	01
3)	أ- البرهان بالتّراجع : $v_n = \frac{e^{3-n} - e^4}{1-e}$	0.75+0.25	1.50
	ب- $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^{3-n} - e^4}{1-e} = \frac{e^4}{-1+e}$	0.50	
4)	ا- تبيان أن $\frac{1}{e} v_n = \frac{1}{1-e}\left(u_n - e^3\right)$	0.50	01
	ب- التحقق أن $S'_n = \frac{1}{1-e}\left[S_n - (n+1)e^3\right]$	0.50	
	التّمرين الرّابع:(07 نقاط)		
1)	$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{2} e^{-2x}(1 - 9e^x - 4xe^{2x} + 8e^{2x}) = +\infty$	0.25 0.50	0.75
2)	أ- إثبات أن : $f'(x) = -\frac{1}{2} e^{-2x}\left(e^x - 2\right)\left(4e^x - 1\right)$	0.75	1.75
	ب-اتجاه التغير $\begin{array}{c c c c c c c c} x & -\infty & & -ln4 & & ln2 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & 0 & - & \end{array}$ جدول التغيرات $\begin{array}{c c c c c c c c} x & -\infty & & -Ln4 & & Ln2 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & -6+4Ln2 & \nearrow & \frac{15}{8}-2Ln2 & \searrow & -\infty \end{array}$	0.50 0.50	

3)	أ- $f(x)-(-2x+4)=\frac{1}{2}e^{-2x}-\frac{9}{2}e^{-x}$ $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-(-2x+4))=0$	0.25 0.50	1.50
	ب-دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) $f(x)-(-2x+4)=\frac{1}{2}e^{-x}(e^{-x}-9)$ (C_f)أعلى (Δ)على المجال $]-\ln 9;+\infty[$ (C_f)اسفل (Δ)على المجال $]-\infty;-\ln 9[$ $(C_f)\cap(\Delta)=\{A(-\ln 9;4+2\ln 9)\}$	0.25 0.50	
4)	$(T): y=\frac{3}{2}x$	0.75	0.75
5)	إنشاء (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1,9\,;+\infty[$	0.50 0.50 0.50	1.50
6)	أ- $a=-1$ $b=2$	0.25 0.25	0.75
	ب- $h(x)=-f(x)+2$ ننشئ (C_{-f}) صورة (C_f) بالتناظر بالنسبة لحامل محور الفواصل ثم (C_h) صورة (C_{-f}) بالانسحاب ذو الشعاع $2\vec{j}$	0.25	